

**Sigorta Matematiği - Hayat Dışı
Risk Analizi ve Aktüeryal Modelleme**

Çalışma Soruları

S1. [Karma Dağılımlar (Mixed Distributions)]

Hasar adedi rassal değişkeni olan $N \sim Bin(n = 2, p)$ ve $P \sim Uni(0.4, 0.7)$ ile verilirken $P(N = 1)$ değerini hesaplayınız.

C1.

$$P(N = 1) = \int_{0.4}^{0.7} \binom{2}{1} p^1 q^1 \frac{1}{0.3} dp = \frac{1}{0.3} \int_{0.4}^{0.7} 2p(1-p) dp = \frac{1}{0.3} \left[p^2 - 2\frac{p^3}{3} \right] \Big|_{0.4}^{0.7} = 0.48.$$

S2. [Karma Dağılımlar (Mixed Distributions)]

Hasar adedi rassal değişkeni olan $N \sim Pois(\lambda)$ ve N 'in parametresi olan $\Lambda \sim Gamma(\alpha = 4, \theta = 100)$ dağılım ve parametreleri ile verilirken

i. $Var(N)$

ii. $P(N = 1)$

değerlerini hesaplayınız.

C2.

i. $Var(N) = E[V[N|\Lambda]] + V[E[N|\Lambda]] = E[\Lambda] + V[\Lambda] = \alpha\theta + \alpha\theta^2.$

ii. $P(N = 1) = \int_0^\infty e^{-\lambda} \lambda \frac{\lambda^3 e^{-\frac{\lambda}{\theta}}}{6\theta^4} d\lambda = \frac{1}{6\theta^4} \int_0^\infty \lambda^4 e^{-\lambda(1+\frac{1}{\theta})} d\lambda = \frac{1}{6\theta^4} \frac{4!}{(1+\frac{1}{\theta})^5} = \binom{4}{3} \frac{\theta}{\theta+1} \left(\frac{1}{\theta+1}\right)^4$

veya kısaca:

$Pois + Gamma(\alpha, \theta) = NB(r = \alpha = 4, \beta = \theta = 100)$ eşitliğinden

$$P(N = 1) = \binom{4}{3} \frac{\theta}{\theta+1} \left(\frac{1}{\theta+1}\right)^4.$$